

准考證號碼:

姓名:

說明: 每題十分, 共四十分。四題都要作, 並請寫完整的解答過程。背面也可作答, 但請註明清楚。

1. 求解以下不等式之  $x$  的範圍:

$$\frac{4x + 15 - 4x^2}{\sqrt{4x + 15} + 2x} \geq 0.$$

2. 已知  $\sqrt{2}$  為無理數。求證  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$  也是無理數。

3. 已知長度分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的三條線段可以圍成一個三角形，且長度為  $a$  和  $b$  的兩邊夾角為  $d$ 。現在在平面上給定有兩條長度分別為  $a$  和  $b+c$  的線段及一個大小為  $d$  的角。請說明如何以圓規及直尺畫出邊長為  $a$ 、 $b$  和  $c$  的三角形。

4. (a) 給定空間中一直線  $L$ ，其參數方程式為  $x = a_0 + b_0t$ 、 $y = a_1 + b_1t$ 、 $z = a_2 + b_2t$ ，其中  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  為固定實數，而  $t$  為實數變數；又給定  $L$  外的一點  $P(c_0, c_1, c_2)$ 。

i. 試描述如何以點與點的距離公式來求得點  $P$  到直線  $L$  的最短距離。

ii. 試描述如何以向量外積的性質來求得點  $P$  到直線  $L$  的最短距離。

(b) 假設空間中直線  $L$  的參數方程式為  $x = 3 + t$ 、 $y = 2 + t$ 、 $z = 1 + t$ ，而  $P$  點的座標為  $(1, 2, 1)$ 。

i. 請以上述之點與點的距離公式的方法求點  $P$  到直線  $L$  的最短距離。

ii. 請以上述之向量外積的性質求點  $P$  到直線  $L$  的最短距離。